Sari Agriculture Sciences and Natural Resources University

Research on Animal Production, Vol. 15, Issue 3, 2024 p: 1-9

OPEN ACCESS

Research Paper

Growth Curve Modeling in Holstein Dairy Calves Using Non-Linear Functions

Mohsen Gholizadeh[1] and Mohammad Tajikkhari[2]

1- Associated Professor, Department of Animal Science, Faculty of Animal Science and Fisheries, Sari Agricultural Sciences and Natural Resources University, Sari, Iran, (Corresponding Author: m.gholizadeh@sanru.ac.ir)
2- Ph. D Student, Department of Animal Science, Faculty of Animal Science and Fisheries, Sari Agricultural Sciences and Natural Resources University, Sari, Iran

Received: 11 February, 2024 Accepted: 13 May, 2024

Extended Abstract

Background: A growth curve describes body weight changes over time or age using mathematical parameters that are capable of biological interpretation. Today, several growth curves, including Logistic, Richards, Gompertz, Von Bertalanffy, and Brody curves, are used to describe growth in animals and plants. These curves include parameters that can be considered new traits. Regression coefficients and growth parameters play an important role in decision-making for management, feeding, breeding, and genetic improvement programs; however, these growth rates vary depending on the breed, individual, and environment. Since the growth of different animals has different growth curves, the process of selecting growth curve models is necessary to determine which one works best under the study conditions. Growth curve parameters are heritable, and the shape of the growth curve can be changed and growth can be improved through selection. The parameter A in the growth curve indicates the asymptotic weight at which the animal reaches the maximum weight of its period. The parameter B is the time-scale parameter (integration constant), which describes the time for an individual to reach its maximum growth rate, characterizing the first part of growth before the point of inflection. The k coefficient is the mature growth rate that characterizes the second part of the growth in which the growth rate decreases until the individual reaches the asymptotic or mature weight (A). This study aims to investigate and determine the best function that represents the growth pattern of dairy calves from birth to weaning to use this information in managing dairy calves and commercial purposes.

Methods: In this research, the weight data of 45 dairy calves were used to compare the performance of non-linear models in growth curve analysis and to identify the best growth pattern. The studied non-linear models included logistic, Richards, Gompertz, von Bertalanffy, and Brody models. The non-linear models were fitted using the non-linear least squares (NLIN) procedure of SAS software. The best model was selected using goodness of fit statistics, including the coefficient of determination (R^2), root mean of square error (RMSE), and the Akaike information criterion (AIC).

Results: All investigated non-linear functions were fully fitted. Based on the goodness of fit statistics, the highest value of R^2 and the lowest values for AIC and RMSE criteria belonged to the logistic model, which was therefore selected as the best model for modeling the growth curve in Holstein calves. Based on this model, the asymptotic weight was estimated at 85.18 kg. The highest asymptotic weight (A) (final weight of the experiment) in this study was estimated according to the Gomperts model (85.39 kg). The highest and lowest values of parameter B belonged to logistic and Gompertz models. The highest and lowest values of parameter K were estimated using Richards and logistic models. The highest and lowest correlations between the observed data and the predicted data were obtained using the logistic (95.9%) and Richards (94.9%) non-linear functions, respectively. In a literature review, the best models differ based on the breed and geographic location where the modeling takes place. Genetic diversity within and between breeds, selection, and breeding methods and criteria, the management system, and environmental conditions influence the difference in growth patterns and the definition of the best model.

Conclusion: In total, five non-linear models of the growth curve were investigated and studied in Holstein calves. According to the results, the logistic model showed the best description of the growth curve for calves and was selected as the best model. Therefore, this model can be used to determine the management strategies and the optimum weaning age in Holstein dairy calves. The absolute growth rate reflects the increase in body weight from birth to the point where growth

Copyright ©2024 Gholizadeh and Tajikkhari. Published by Sari Agricultural Sciences and Natural Resources University.
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 Unported License which allows users to read, copy, distribute and make derivative works for non-commercial purposes from the material, as long as the author of the original work is cited properly.

reaches a maximum, which corresponds to the peak point, and subsequently decreases to values close to zero when the individual reaches maximum weight (asymptotic weight). Due to the short lactation period and continued growth in weaned calves, the growth curve cannot reach a plateau during weaning. Therefore, the conventional mathematical equations used may not be suitable for growth patterns and for describing weight gain in relation to pre-weaning age. Therefore, non-linear functions that describe a non-sigmoid growth curve may have the potential to better match growth data in dairy calves at weaning.

Keywords: Goodness of fit, Growth functions, Mathematical model, Weaning weight

How to Cite This Article: Gholizadeh, M., & Tajikkhari, M. (2024). Growth Curve Modeling in Holstein Dairy Calves Using Non-Linear Functions. *Res Anim Prod,* 15(3), 1-9. DOI: 10.61186/rap.15.3.1

مقاله پژوهشی

مدل‌سازی منحنی رشد گوساله‌های شیری هلشتاین با استفاده از توابع غیرخطی

محسن قلی‌زاده[1] و محمد تاجیک‌خواری[2]

۱- دانشیار، گروه علوم دامی، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی ساری، ساری، ایران، (نویسنده مسوول: m.gholizadeh@sanru.ac.ir)
۲- دانشجوی دکتری، گروه علوم دامی، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی ساری، ساری، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۱/۲۲ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۲/۲۴
صفحه: ۱ تا ۹

چکیده مبسوط

مقدمه و هدف: منحنی رشد تغییرات وزن بدن در طول زمان یا سن را با استفاده از فراسنجه‌های ریاضی که قابلیت تفسیر بیولوژیکی دارند توصیف می‌کند. امروزه، چندین منحنی رشد، از جمله منحنی‌های لجستیک، ریچاردز، گومپرتز، ون برتالانفی و برودی برای توصیف رشد در حیوانات و گیاهان مورد استفاده قرار می‌گیرند. این منحنی‌ها شامل فراسنجه‌هایی هستند که می‌توان آن‌ها را به‌عنوان صفات جدید در نظر گرفت. ضرایب رگرسیون و فراسنجه‌های رشد نقش مهمی در تصمیم‌گیری برای برنامه‌های مدیریت، تغذیه، اصلاح‌نژاد و بهبود ژنتیک ایفا می‌کنند. با این‌حال، این نرخ رشد بسته به نژاد، فرد و محیط متفاوت است. از آنجایی‌که رشد حیوانات مختلف دارای منحنی‌های رشد متفاوتی است، فرآیند انتخاب مدل‌های منحنی رشد برای تعیین اینکه کدام‌یک تحت شرایط مطالعه بهترین کارایی را دارد، ضروری است. فراسنجه‌های منحنی رشد، وراثت‌پذیر هستند و با انتخاب، می‌توان شکل منحنی رشد را تغییر داد و رشد را بهبود بخشید. فراسنجه A در منحنی رشد، نشان‌دهنده وزن مجانبی بوده که حیوان در آن به حداکثر وزن دوره خود می‌رسد. پارامتر B مقیاس زمانی (ضریب ثابت) است که زمان رسیدن یک فرد به حداکثر نرخ رشد را نشان می‌دهد. ضریب ثابت B مرحله اول رشد را قبل از نقطه عطف توصیف می‌کند. ضریب k نرخ رشد بلوغ، قسمت دوم منحنی رشد را توصیف می‌کند که در آن سرعت رشد کاهش می‌یابد تا حیوان به وزن مجانبی یا بلوغ (A) برسد. هدف از این مطالعه، بررسی و تعیین بهترین تابع بیانگر الگوی رشد گوساله‌های شیری از تولد تا شیرگیری است که بتوان از این اطلاعات در مدیریت گوساله‌های شیری و اهداف تجاری استفاده نمود.

مواد و روش‌ها: در این پژوهش برای مقایسه عملکرد مدل‌های غیرخطی در آنالیز منحنی رشد و شناسایی بهترین الگوی رشد، از داده‌های وزن ۴۵ گوساله‌ی شیری استفاده شد. گوساله‌ها بلافاصله پس از تولد، توسط باسکول دیجیتال وزن‌کشی شدند و رکوردهای آن‌ها در دفتر زایش ثبت شد. گوساله‌ها از زمان تولد تا سه‌روزگی، فقط از آغوز مصرف کردند و از روز چهارم تولد مصرف شیر و خوراک آغازین آغاز شد. آب از روز سوم تولد به‌صورت کاملاً آزاد در اختیار گوساله‌ها قرار گرفت. وزن‌کشی‌ها به‌طور مرتب هر ده روز یک‌بار با باسکول دیجیتال صورت گرفت و اطلاعات آن به‌طور دقیق ثبت شد. سن از شیرگیری گوساله، هفته هشتم بعد از تولد بود. مدل‌های غیرخطی مورد مطالعه شامل مدل‌های لجستیک، ریچاردز، گومپرتز، ون برتالانفی و برودی بودند. برازش مدل‌های غیرخطی با استفاده از رویه حداقل مربعات غیرخطی (NLIN) نرم‌افزار SAS انجام شد. به‌منظور انتخاب بهترین مدل از آماره‌های نکوئی برازش شامل ضریب تبیین (R^2)، جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) و معیار اطلاعات آکائیک (AIC) استفاده شد.

یافته‌ها: نتایج نشان داد که همه توابع غیرخطی مورد بررسی به‌طور کامل برازش شدند. براساس آماره‌های نکوئی برازش، بیش‌ترین مقدار R^2 و کمترین مقادیر برای معیارهای AIC و RMSE مربوط به مدل لجستیک بود. بنابراین مدل لجستیک به‌عنوان بهترین مدل برای مدل‌سازی منحنی رشد در گوساله‌های هلشتاین انتخاب شد. براساس این مدل مقدار وزن مجانبی (وزن پایانی دوره)، ۸۵/۱۸۷۶ کیلوگرم برآورد شد. بالاترین وزن مجانبی (A) در این مطالعه مربوط به مدل گمپرتز (۸۵/۳۹۶۲ کیلوگرم) برآورد شد. بیشترین و کمترین مقدار فراسنجه B مربوط به مدل‌های لجستیک و گمپرتز بود. بیشترین و کمترین مقدار فراسنجه k در مدل‌های ریچاردز و لجستیک برآورد گردید. بیشترین و کمترین همبستگی بین داده‌های مشاهده شده و داده‌های پیش‌بینی شده، به‌ترتیب با استفاده از توابع غیرخطی لجستیک (۹۵/۹ درصد) و ریچاردز (۹۴/۹ درصد) به‌دست آمد. در منابع مختلف، بهترین مدل‌ها براساس نژاد و موقعیتی جغرافیایی که مدل‌سازی صورت می‌گیرد، متفاوت هستند. تنوع ژنتیکی درون و بین نژادها، روش‌ها و معیارهای انتخاب و اصلاح‌نژاد، سیستم مدیریت و شرایط محیطی در تفاوت الگوی رشدی و تعریف بهترین مدل مؤثر هستند.

نتیجه‌گیری: در مجموع، ۵ مدل مختلف غیرخطی منحنی رشد در گوساله هلشتاین مورد بررسی و مطالعه قرار گرفت که با توجّه به نتایج، مدل لجستیک بهترین توصیف از منحنی رشد گوساله‌ها را در اختیار قرار داد و به‌عنوان مدل برتر انتخاب شد. بنابراین، این مدل می‌تواند برای تعیین راهبردهای مدیریتی و تعیین سنّ شیرگیری مورد استفاده قرار گیرد. نرخ رشد مطلق، منعکس‌کننده افزایش وزن بدن از بدو تولد تا نقطه‌ای است که رشد در آن به حداکثر می‌رسد، که با نقطه اوج مطابقت دارد و متعاقباً کاهش می‌یابد تا به مقادیر نزدیک به صفر برسد یعنی زمانی‌که فرد به حداکثر وزن می‌رسد (وزن مجانبی). به‌دلیل کوتاه بودن دوره شیردهی و ادامه رشد در گوساله‌های از شیر گرفته شده، منحنی رشد در هنگام از شیرگیری نمی‌تواند به‌حالت مسطح برسد. بنابراین، معادلات ریاضی مرسوم مورد استفاده احتمال دارد که نتوانند با الگوی رشد و برای توصیف افزایش وزن در رابطه با سن قبل از شیرگیری مناسب باشد. بنابراین، توابع غیرخطی که منحنی رشد غیر سیگموئیدی را توصیف می‌کنند، این امکان را دارد که در طول دوره شیرخواری مطابقت بیشتری با داده‌های رشدی در گوساله‌های شیری داشته باشند.

واژه‌های کلیدی: توابع رشد، مدل ریاضی، نکوئی برازش، وزن شیرگیری

مقدمه

تغییراتی که در رشد حیوان در طول عمر رخ می‌دهد با استفاده از منحنی‌های رشد ریاضی توصیف می‌شوند. مدل‌هایی که اطلاعات بیولوژیکی را از طریق منحنی‌های رشد و فراسنجه‌های آنها توضیح می‌دهند به‌عنوان توابع رشد یا مدل‌های رشد شناخته می‌شوند (Akbulut *et al*., 2004; Barapour *et al*., 2021). برازش منحنی‌ها به داده‌های فنوتیپی در طول زمان یک روش رایج است که در اصلاح نژاد دام و گونه‌های زراعی برای به‌دست آوردن بینش در مورد الگوهای رشد فردی استفاده می‌شود (Onogi *et al*., 2019). تحقیق در مورد منحنی‌های رشد سابقه طولانی دارد و تا به‌امروز چندین منحنی برای مدل‌سازی رشد استفاده شده است، از جمله منحنی‌های لجستیک (Verhulst, 1838)، ریچاردز (Richards, 1959)، گومپرتز (Winsor, 1932)، ون برتالانفی (Von Bertalanffy, 1957) و برودی (Brody and Lardy, 1946). این منحنی‌ها شامل سه تا چهار فراسنجه هستند که اغلب به‌عنوان صفات جدید درنظر گرفته می‌شوند و برای درک بهتر الگوهای رشد تحت آنالیزهای

ژنتیکی مختلفی مانند برآورد فراسنجه‌های ژنتیکی یا نقشه‌یابی مکان‌های صفت کمی قرار می‌گیرند. مدل‌های غیرخطی، منحنی رشد حیوانات را براساس ضرایب رگرسیون و همچنین فراسنجه‌های رشد مشتق‌شده از ضرایب رگرسیون، تفسیر می‌کنند. ضرایب رگرسیون و فراسنجه‌های رشد نقش مهمی در تصمیم‌گیری برای برنامه‌های مدیریتی، تغذیه و اصلاح‌نژاد ایفا می‌کنند (Domínguez-Viveros *et al*., 2023; Zimmermann *et al*., 2019; Mirai-Ashtiani *et al*., 2022). در پرورش گاو از منحنی‌های رشد برای تعیین مناسب‌ترین سن کشتار، کسب اطلاعات در مورد وضعیت سلامت عمومی دام، تخمین سن بلوغ جنسی و استراتژی انتخاب استفاده می شود (Kozakli *et al*., 2022).

شیرگیری زودهنگام گوساله‌ها یک ابزار مدیریتی است که عمدتاً با هدف بهبود عملکرد تولیدی گاو انجام می‌شود. با این‌حال، گوساله باید پس از از شیر گرفتن تغذیه کافی دریافت کند تا بر رشد آن تأثیر نگذارد (Bruzzone *et al*., 2022). عملکرد رشد گوساله‌هایی که زودتر از شیر گرفته شده‌اند مناسب بوده و قرار گرفتن زودهنگام در معرض جیره‌های با کنسانتره بالا می‌تواند عملکرد پرواری و امتیازات ماربلینگ را بهبود بخشد (Myers *et al*., 1999)، که احتمالاً نتیجه افزایش بیان ژن‌های چربی‌زا است که منجر به تمایز اولیه سلول‌های چربی و تجمع اسیدهای چرب می‌شود (Schoonmaker *et al*., 2003). استراتژی‌های از شیر گرفتن زودهنگام و رشد سریع گوساله‌ها باعث کاهش سن در زمان کشتار و در نتیجه کاهش ردپای کربن در هر حیوان می‌شود (Capper, 2012). از آنجایی‌که رشد حیوانات مختلف دارای منحنی‌های رشد متفاوتی است، فرآیند انتخاب مدل‌های منحنی رشد برای تعیین اینکه کدام‌یک تحت شرایط مطالعه بهترین کارایی را دارد، ضروری است (Bruzzone *et al*., 2022). در مطالعه‌ای با هدف ارزیابی منحنی رشد گوساله‌های زود از شیر گرفته شده با استفاده از مدل منحنی رشد کلاسیک روی ۵۶ گوساله هرفورد و آمیخته (هرفورد × آبردین آنگوس) منحنی رشد توسط یک فرآیند انتخاب مدل گام‌به‌گام بیزی براساس منحنی رشد ریچاردز تعریف شد و مدل به‌دست آمده یک منحنی نزدیک به گومپرتز (فراسنجه شکل نزدیک به صفر) گزارش شد و نشان داده شد که امکان دستیابی به وزن‌گیری روزانه بالا در گوساله‌هایی که زود از شیر گرفته شده‌اند، وجود دارد و در ضمن گزارش شد که از شیرگیری زودهنگام جایگزین مناسبی برای کارآمدتر کردن سیستم‌های تولید در محیط‌های نیمه‌بیابانی است (Bruzzone *et al*., 2022). در مطالعه‌ای دیگر، شش معادله غیرخطی (رشد نمایی (۴ فراسنجه)، رشد نمایی (استرلینگ)، چند جمله‌ای (مکعب)، درجه دوم، برودی و سینوسی) برای پیش بینی وزن بدن قبل از شیرگیری در سنین مختلف در ۳۲ گوساله هلشتاین مقایسه شدند. نتایج نشان داد که تمام مدل‌ها قابلیت خوبی برای پیش‌بینی افزایش وزن نسبت به سن در همه گروه‌های گوساله داشتند. با این‌حال، براساس نیکوئی برازش و عملکرد آماری، تابع چند جمله‌ای (توابع مکعبی) به‌طور قابل‌توجهی نسبت به سایر توابع برای پیش‌بینی وزن زنده گوساله برتری داشت (Moharrery *et al*., 2021).

در مطالعه‌ای با هدف تعیین بهترین مدل برای تبیین تغییرات وزن زنده گاوهای نر هلشتاین با استفاده از مدل‌های تابع غیرخطی، از رکوردهای وزن زنده ۵۱ رأس گوساله نر هلشتاین فرزین استفاده شد و مدل ریچاردز به‌عنوان بهترین مدل برازش براساس توانایی دقیق آن در پیش‌بینی وزن بلوغ، که یک هدف مهم انتخاب است، شناسایی شد (Tutkun, 2019). در مطالعهٔ دیگر، مدل‌های منحنی رشد برای پیش‌بینی سن بلوغ و نرخ رشد گاوهای Ongole استفاده شدند. داده‌ها با استفاده از چهار مدل منحنی رشد غیرخطی (برودی، ون‌برتالانفی، لجستیک و گومپرتز) تجزیه و تحلیل شدند. کمترین مقدار معیار اطلاعات آکایک (AIC) برای نرها و ماده‌ها به‌ترتیب توسط مدل‌های برودی و لجستیک به‌دست آمد (Adinata *et al*., 2022). همچنین در ارزیابی منحنی رشد در گاوهای اصیل لیموزین و آمیخته از برازش مدل‌های غیرخطی استفاده شد و بهترین مدل، ون‌برتالانفی بود (Domínguez-Viveros *et al*., 2023). با توجه به اهمیت بررسی منحنی رشد، هدف از این مطالعه، بررسی و تعیین بهترین تابع بیانگر الگوی رشد گوساله‌های شیری هلشتاین از تولد تا شیرگیری است که بتوان از این اطلاعات در مدیریت گوساله های شیری استفاده نمود.

مواد و روش‌ها

در این پژوهش برای مقایسه مدل‌های غیرخطی و شناسایی بهترین الگوی رشد، از داده‌های وزن ۴۵ گوساله شیری نر و ماده مجتمع کشت و صنعت کوهان ابردژ استان تهران استفاده شد. گوساله‌ها بلافاصله پس از تولد، توسط باسکول دیجیتال وزن‌کشی شدند و رکوردهای آن‌ها در دفتر زایش ثبت شد. گوساله‌ها از زمان تولد تا سه روزگی، فقط از آغوز مصرف کردند و از روز چهارم تولد مصرف شیر و خوراک آغازین آغاز شد. آب از روز سوم تولد به‌صورت کاملاً آزاد در اختیار گوساله‌ها قرار گرفت. وزن‌کشی‌ها به‌طور مرتب هر ده روز یکبار با باسکول دیجیتال صورت گرفت و اطلاعات آن به‌طور دقیق ثبت شد. سن از شیرگیری گوساله، هفته هشتم بعد از تولد بود. به‌منظور برآورد منحنی رشد در این گوساله‌ها از ۵ مدل غیرخطی استفاده شد (جدول ۱).

جدول ۱- توابع غیرخطی استفاده شده برای مدل‌سازی منحنی رشد در گوساله‌های هلشتاین
Table 1. Non-linear functions used for modeling the growth curve in Holstein calves

مدل رشد	تابع
لجستیک Logistic	$W_t = A/(1 + Be^{-kt})$
گمپرتز Gompertz	$W_t = A\ exp(-Be^{-kt})$
برودی Brodi	$W_t = A\ (1- Be^{-kt})$
ریچاردز Richards	$W_t = A\ (1-Be^{-kt})^M$
برتالانفی Von Bertalanffy	$W_t = A(\ 1-Be^{-kt})^3$

Wt وزن بدن در زمان t، A وزن مجانبی، B ضریب ثابتی که مقادیر وزن تولد را تنظیم می‌کند و نسبت وزن بلوغ به وزن تولد را بر پایه لگاریتم نشان می‌دهد، K نرخ بلوغ و t سن است.

W_t is the body weight at time t, A is the asymptotic weight, B is the constant that adjusts the birth weight values and shows the ratio of maturity weight to birth weight based on logarithm, K is the maturity rate and t is the age.

معیارهای ارزیابی نکوئی برازش

به‌منظور مقایسه مدل‌های مختلف و انتخاب بهترین مدل توصیف‌کننده منحنی رشد، از معیارهای زیر استفاده شد:

ضریب تبیین (R^2): $R^2 = 1 - RSS/TSS$

که در آن TSS مجموع مربعات کل و RSS مجموع مربعات باقیمانده است. ضریب تعیین در واقع نشان‌دهنده سهم عوامل قابل کنترل در پراکنش موجود بین مشاهده‌ها است و برابر با نسبتی از پراکنش صفت می‌باشد که به‌وسیله عوامل قابل کنترل ایجاد شده است. ضریب تبیین می‌تواند مقادیری میان صفر و یک (۱ > R2 > ۰) داشته باشد. بهترین مدل مدلی است که R^2 آن بزرگ‌تر از مدل‌های دیگر باشد.

میانگین مربعات خطا (MSE): $MSE = \frac{RSS}{n - p - 1}$

که در آن، n، تعداد مشاهدات و p، تعداد فراسنجه‌های مدل است. میانگین مربعات خطا معمولا با افزوده‌شدن متغیرهای جدید به مدل کاهش می‌یابد. انتخاب یک مدل دارای تعداد زیاد متغیر با ریسک همراه است، چون در این حالت ممکن است کاهش درجه آزادی نسبت به کاهش مجموع مربعات خطا بیش‌تر شده و میانگین مربعات خطا افزایش یابد. براساس این معیار، بهترین مدل مدلی است که MSE آن کوچکتر از مدل‌های دیگر باشد.

جذر میانگین مربعات خطا (RMSE): مقدار RMSE یکی از مهم‌ترین معیارها برای مقایسه مناسب بودن مدل‌های منحنی رشد استفاده می‌شود. بر این اساس، بهترین مدل، مدلی است که کمترین RMSE را داشته باشد.

شاخص آکایک (AIC): $AIC = n \times \ln(RSS) + 2p$

که در آن، n، تعداد مشاهدات، p، تعداد فراسنجه‌های مدل و RSS مجموع مربعات باقی‌مانده است. مهم‌ترین خصوصیت معیار آکایک این است که در محاسبه آن نیازی به تعریف مدل کامل نیست. هر مدل بدون توجه به دیگر مدل‌ها، دارای یک AIC مختص به خودش می‌باشد. مدلی که دارای کمترین AIC است، به‌عنوان مدل مطلوب در نظر گرفته می‌شود.

هر مدل به‌طور جداگانه با استفاده از رویه NLIN در نرم‌افزار SAS نسخه ۹.۴ (موسسه SAS) برازش شد.

نتایج و بحث

نتایج نشان داد که همه توابع غیرخطی مورد بررسی به‌طور کامل برازش شدند. مقادیر برآورد شده فراسنجه‌های توابع غیرخطی در جدول ۲ آمده است. نتایج حاصل از این مطالعه به‌منظور تعیین بهترین مدل غیرخطّی براساس مقادیر R^2، AIC، RMSE و MSE در جدول ۳، ارائه شده است. براساس آماره‌های نکوئی برازش، بیش‌ترین مقدار R^2 و کمترین مقادیر برای معیارهای AIC و RMSE مربوط به مدل لجستیک بود. بنابراین مدل لجستیک به‌عنوان بهترین مدل استفاده شده در این مطالعه برای مدل‌سازی منحنی رشد در گوساله‌های هلشتاین انتخاب شد.

در توافق با یافته‌های این مطالعه، در مطالعه‌ای نتایج بررسی رکوردهای وزن گوساله‌های هلشتاین، مدل لجستیک را به‌عنوان بهترین مدل رشد در روزهای ابتدایی عمر معرفی کردند (Koskan & Ozkaya, 2014). علاه بر این، برای سن ۱۶۸ روزگی و بالاتر از آن، مدل‌های لجستیک و ریچاردز به‌عنوان مدل‌های برتر برای توصیف منحنی رشد گوساله‌های هلشتاین معرفی شدند (Koskan & Ozkaya, 2014). همچنین، در مطالعه دیگر، مدل لجستیک به‌عنوان بهترین مدل برای گوساله‌های گاومیش نژاد مورا گزارش شد (Araújo *et al.*, 2012).

جدول ۲- مقادیر برآورد شده متغیرهای توابع غیرخطی در گوساله‌های شیری هلشتاین
Table 2. Estimated values of variables of non-linear functions in Holstein dairy calves

فاصله اطمینان ۹۵ درصد 95% Confidence interval		خطای استاندارد	مقدار برآورد شده	فراسنجه	توابع
حد پایین Lower limit	حد بالا Upper limit	Standard error	Estimated value	Parameter	Functions
74.4560	95.4213	5.3301	84.9387	A	برودی Brodi
0.5811	0.6737	0.0235	0.6274	B	
0.00958	0.0177	0.00208	0.0137	K	
75.8557	94.936	4.8511	85.3962	A	گومپرتز Gompertz
-1.1129	-0.8934	0.0558	-1.0031	B	
0.0156	0.0242	0.00218	0.0199	K	
94.1849	76.1902	4.5749	85.1876	A	لجستیک Logistic
1.4497	2.0016	0.1403	1.7256	B	
0.0232	0.0324	0.00235	0.0278	K	
75.5087	95.0873	4.9776	85.2980	A	ون برتالنفی Von Bertalanfft
0.2562	0.3105	0.0138	0.2834	B	
0.0134	0.0218	0.00214	0.0176	K	
61.1469	82.8374	5.5145	71.9922	A	ریچاردز Richards
-1.8398	2.1499	1.0143	0.1550	B	
0.000064	0.0565	0.0144	0.0283	K	
-8.7625	0.4861	0.06052	-4.6382	m	

فراسنجه A، وزن مجانبیِ تابع برازش، نشان‌دهنده وزن بالقوه گوساله‌های مورد مطالعه در سن شیرگیری است، فراسنجه b، ضریب تثبیت که مقادیر وزن تولد را تعدیل می‌کند و نسبت وزن بلوغ به وزن تولد را بر پایه لگاریتم نشان می‌دهد، k که نرخ بالغ شدن نامیده می‌شود به‌سرعت رشد مرتبط با اندازه بدن مربوط می‌شود و تابعی از نسبت حداکثر نرخ رشد به وزن مجانبی (کیلوگرم/روز به کیلوگرم وزن مجانبی)

Parameter A (the asymptotic weight) of the fitting function indicates the potential weight of the studied calves at weaning, parameter b is the stabilization factor that adjusts the birth weight values and shows the ratio of maturity weight to birth weight based in log scale, k is called maturation rate, is related to the growth rate related to body size and is a function of the ratio of maximum growth rate to asymptotic weight (kg/day per kg mature weight).

بر خلاف نتایج مطالعه حاضر، دا-سیلوا و همکاران (Da silva Marinho *et al*., 2013) در خصوص بررسی منحنی‌های رشد گاوهای Nellore مورد پرورش در منطقه‌ی رود آمازون، توابع برودی و ون برتالنفی را به‌عنوان مدل استاندارد معرفی کردند. این در حالی‌ست که جی‌بانگ بوچ و همکاران (Gbangboche *et al*., 2011)، مدل برودی را به‌دلیل برآورد بالای وزن بلوغ در زمان رشد، مدل نامناسبی گزارش نمودند. شاهرودی و همکاران (Shahroodi *et al*., 2021) با مطالعه بر روی داده‌های رشد گوساله‌های سیستانی، تابع لجستیک را نامناسب‌ترین مدل و مدل ریچاردز را به‌عنوان بهترین مدل برای توصیف منحنی رشد گوساله‌های سیستانی گزارش کردند. همچنین بهترین مدل برای توصیف منحنی رشد در گوساله‌های گاومیش آناتولی ترکیه براساس دو شاخص ضریب تعیین و میانگین مربعات خطا، مدل ریچاردز گزارش شد (Şahİn *et al*., 2014). همانطورکه ملاحظه می‌شود، در منابع مختلف، بهترین مدل‌ها براساس نژاد و موقعیت جغرافیایی که مدل‌سازی صورت می‌گیرد، متفاوت هستند. تنوع ژنتیکی درون و بین نژادها، روش‌ها و معیارهای انتخاب و اصلاح نژاد، سیستم مدیریت و شرایط محیطی در تفاوت الگوی رشدی و تعریف بهترین مدل مؤثر هستند. گزارش شده است که نسبت بیشتری از ژنتیک هلشتاین-فریزین باعث تولید گوساله‌های سنگین‌تر با سرعت رشد سریع‌تر می‌شود، در حالی‌که نسبت بیشتری از ژنتیک جرسی حیوانات کوچک‌تری با سرعت رشد آهسته‌تر تولید می‌کند (Handcock *et al*., 2019).

جدول ۳- معیارهای برازش نیکوئی مدل‌های برازش شده برای گوساله‌های هلشتاین
Table 3. Goodness of fit criteria of fitted models for Holstein calves

R^2	AIC	RMSE	MSE	توابع (Functions)
0.919	2486.63	7.77	60.48958	ریچاردز (Richards)
0.89	2478.88	7.69	59.193	برودی (Brodi)
0.919	2446.20	7.35	54.02940	گومپرتز (Gompertz)
0.909	2457.04	7.46	55.68981	ونبرتالانفی (Von Bertalanffy)
0.949	2416.01	7.04	49.65926	لجستیک (Logistic)

نرخ رشدِ مطلق، منعکس‌کننده افزایش وزن بدن از بدو تولد تا نقطه‌ای است که رشد در آن به حداکثر می‌رسد، که با نقطه اوج مطابقت دارد و متعاقباً کاهش می‌یابد تا به مقادیر نزدیک به صفر برسد یعنی زمانی‌که فرد به حداکثر وزن می‌رسد (وزن مجانبی). در تابع برودی نقطه عطف با تولد منطبق است، یعنی مشتق شده از تابع ریچاردز است که در آن فراسنجه‌ای که منحنی را شکل می‌دهد (m)، در مدل برودی برابر با ۱ است و در نتیجه یک منحنی غیرسیگموئیدی است بنابراین، این مدل، در هر دو جنس، مرحله‌ای از کند شدن رشد را که پس از تولد رخ می‌دهد (نقطه عطف) را توصیف می‌کند (Junior *et al*., 2023). بنابراین، توابع غیرخطی مانند برودی که منحنی رشد غیر سیگموئیدی را توصیف می‌کنند، این امکان را دارد که در طول دوره شیرخواری مطابقت بیشتری با داده‌های رشدی در گوساله‌های شیری داشته باشند (Moharrery *et al*., 2021). از سوی دیگر گزارش شده است که تا زمانی‌که حیوانات به وزن بلوغ نرسیده‌اند، ایده‌آل‌ترین مدل برای برازش منحنی داده‌های رشد، مدل گمپرتز است (Najari *et al*., 2007). نتایج مطالعه حاضر برخلاف این گزارش‌ها، مدل لجستیک را به‌عنوان بهترین مدل غیرخطی برای توصیف منجنی رشد در گوساله‌های شیری معرفی کرد. همان‌طور که مشخص است مدل‌های بسیاری در پژوهش‌های گوناگون به‌عنوان مدل مناسب برای الگوی رشد حیوانات گزارش شده است. یکی از

دلایل این تفاوت‌ها، می‌تواند به نوع نژاد و نحوه مدیریت پرورش باشد، از طرفی نوع داده‌ی به‌کار رفته در مطالعات هم مؤثر است (Najari *et al*., 2007).

فراسنجه‌های منحنی رشد، وراثت‌پذیر هستند و با انتخاب، می‌توان شکل منحنی رشد را تغییر داد و رشد را بهبود بخشید (Mignon-Grasteau, 1999). فراسنجه A در منحنی رشد، نشان‌دهنده وزن مجانبی بوده که حیوان در آن به حداکثر وزن دوره خود می‌رسد (Alves & Franzolin, 2015). فراسنجه مجانبی A تابع برازش‌شده، بیشترین وزن بالقوه گوساله‌های این مطالعه را تا ۸ هفتگی (زمان شیرگیری) نشان می‌دهد. در مطالعه حاضر، براساس بهترین مدل (مدل لجستیک) مقدار وزن مجانبی، ۸۵/۱۸۷۶ کیلوگرم برآورد شد. بالاترین وزن مجانبی (A) در این مطالعه مربوط به مدل گمپرتز بود (۸۵/۳۹۶۲ کیلوگرم). همچنین این فراسنجه در مدل برودی، ۸۴/۹۳۸۷ کیلوگرم برآورد گردید. در مطالعه‌ای با هدف برازش منحنی‌های رشد گوساله های نلور از بدو تولد تا ۱۰ ماهگی با استفاده از مدل لجستیک، میانگین وزن (فراسنجه A) در ۱۰ ماهگی ۱۷۰ کیلوگرم و نقطه عطف در ۹۳/۵ روزگی مشاهده شد (Santos *et al*., 2011). گزارش شده است که در مراحل اولیه رشد پس از زایمان، رشد سریع با تغییرات بزرگ، عمدتاً در سیستم اسکلتی، اتفاق می‌افتد تا زمانی‌که حیوان به ۵۰ تا ۶۰ درصد وزن بالغ خود برسد (Trenkle & Marple, 1983). هاوستاد و همکاران (Havstad *et al*., 1989) الگوی رشد را از زمان تولد تا از شیر گرفتن گوساله‌های متولد بهار در یک منطقه آب و هوای معتدل ارزیابی کردند. آنها تأیید کردند که بیشترین نرخ رشد در دوره ۱۲۰ تا ۱۶۰ روز رخ می‌دهد. در بررسی ارزیابی مدل‌های خطی در گاومیش‌های خوزستانی، بیشترین مقدار فراسنجه A مربوط به تابع برودی بود (Taheri Dezfuli, 2017). همچنین بر اساس نتایج مطالعه آراجو و همکاران (Araújo *et al*., 2012) بالاترین متوسط وزن بلوغ با استفاده از رکوردهای وزن تولد تا ۲ سالگی برای گاومیش‌های نر مورا (۴۲۸/۸ کیلوگرم) و برای گاومیش‌های مدیترانه‌ای (۵۷۸/۴ کیلوگرم) توسط مدل برودی پیش‌بینی شد. براساس مطالعه بحرینی (Bahreini, 2015)، فراسنجه‌های وزن بلوغ به عوامل متعددی مانند گونه و نژاد، شرایط انتخاب در گلّه‌ها، سیستم مدیریتی و شرایط محیطی و همچنین دامنه سنی مورد بررسی وابسته است. لوپز–د–تور و همکاران (López de Torre *et al*., 1992)، به این نتیجه رسیدند که همواره قابلیت تولید برای گاوها با وزن بلوغ بالاتر می‌تواند کاهش یابد و دام‌هایی سودمند و پربازده‌تر هستند که بلوغ زودتری دارند. به گزارش نگویرا و همکاران (Negueira *et al*., 2000)، وزن تولد تأثیر معنی‌داری بر افزایش وزن سریع‌تر و رسیدن به وزن بلوغ زودتر دارد. نتایج مطالعات این محققان نشان داد که همواره دام‌هایی با وزن تولد بالاتر، تغییرات وزنی کمتری را به‌همراه دارند. افزایش وزن پس از شیرگیری، یکی از مهم‌ترین فاکتورهای انتخاب است، چراکه این فاکتور، نشان دهنده‌ی پتانسیل و توان بالای این دام است (Moran, 1992).

بیشترین و کمترین مقدار فراسنجه B (نرخ بلوغ) مربوط به مدل‌های لجستیک و گمپرتز بود. سرعت رشد با افزایش سن حیوان افزایش می‌یابد که این افزایش، محدود است و بعد از رسیدن به حداکثر مقدار خود، به‌تدریج کاهش می‌یابد و منحنی رشد را تغییر می‌دهد. به محلی (نقطه‌ای) که این تغییر حاصل می‌شود، نقطه عطف و به سنی که در آن حداکثر رشد اتفاق می‌افتد، سن در نقطه‌ی عطف گفته می‌شود (Marcato *et al*., 2008). نرخ بلوغ (K)؛ نشان دهنده سنن حیوان در زمان بلوغ است و هر اندازه میزان این فراسنجه افزایش یابد، حیوان وزن بلوغ جسمی خود را در سنّ کمتری به‌دست می‌آورد. بیشترین و کمترین مقدار این فراسنجه در مدل‌های ریچاردز و لجستیک برآورد گردید. فراسنجه K یک برآورد مهم در منحنی رشد محسوب می‌شود، چراکه سرعت رشد برای رسیدن به بلوغ را نشان می‌دهد. حیواناتی با مقادیر K بالاتر، نسبت به حیواناتی با مقدار K کمتر، نشان دهنده‌ی بلوغ زودرس می‌باشد. برخلاف یافته‌های حاضر، فراسنجه‌های K در پژوهش موریرا و همکاران (Moreira *et al*., 2016) در مدل لجستیک بالاترین مقدار را داشت. همچنین کمترین مقدار K، در مطالعه آراجو و همکاران (Araújo *et al*., 2012) بر روی گاومیش‌های نر و ماده مورا، توسط مدل برودی گزارش شد (۰/۰۰۲۴). این محققان نرخ بلوغ کمتر مشاهده‌شده را مرتبط با وزن بلوغ بیش‌تر دام‌ها گزارش نمودند.

جدول ۴– همبستگی بین مقادیر مشاهده‌شده وزن بدن در سنین مختلف و مقادیر پیش‌بینی آن‌ها با استفاده از توابع مختلف

Table 4. Correlation between the observed values of body weight at different ages and their predicted values using different functions

	Observed مشاهده‌شده	Logistic لجستیک	Gompertz گومپرتز	Von Bertalanffy ون برتالانفی	Rechards ریچاردز
مشاهده‌شده (Observed)	1				
لجستیک (Logistic)	0.959	1.000			
گومپرتز (Gompertz)	0.951	0.966	1.000		
ون برتالانفی (Von Bertalanffy)	0.954	0.966	0.965	1.000	
ریچاردز (Rechards)	0.949	0.966	0.964	0.965	1

بیشترین و کمترین همبستگی بین داده‌های مشاهده شده و داده‌های پیش‌بینی شده، به‌ترتیب با استفاده از توابع غیرخطی لجستیک (۹۵/۹ درصد) و ریچاردز (۹۴/۹ درصد) به‌دست آمد (جدول ۴). همبستگی بالای حدود ۹۵ درصد بین تمام توابع، نشان‌دهنده قدرت مناسب این توابع برای پیش‌بینی داده‌های وزنی برای رکوردهای آینده است. تابع لجستیک دارای بالاترین همبستگی بوده که این موضوع نشان می‌دهد که مقادیر پیش‌بینی شده توسط این تابع دارای صحّت بالایی است.

جدول ۵- همبستگی بین فراسنجه‌های به‌دست امده با استفاده از مدل لجستیک (بهترین مدل غیرخطی)
Table 5. Correlation between the parameters obtained using the logistic model (the best non-linear model)

	A	B	K
A	1	0.88	-0.86
B	0.88	1	-0.56
K	-0.86	-0.56	1

جدول ۵، همبستگی میان فراسنجه‌های به‌دست آمده در مدل لجستیک را نشان می‌دهد. در مطالعه‌ی حاضر، همبستگی میان فراسنجه‌های وزن مجانبی (A) و نرخ بلوغ (k) ۰/۸۶- برآورد شد. روابط منفی و بالای بین دو فراسنجه A و K، نشان می‌دهد حیواناتی با برآورد بالای K، نسبت به حیواناتی با برآورد کم‌تر K، سریع‌تر به بلوغ می‌رسند (López de Torre *et al*., 1992). مطابق با این نتایج، مطالعه دزفولی و همکاران (Taheri Dezfuli, 2017) بر روی منحنی رشد گاومیش‌های خوزستانی، همبستگی میان A و نرخ بلوغ (k) را (۰/۹۲- و ۰/۹۱-) برآورد کردند. این مقدار همبستگی منفی و بالا بین مقادیر وزن بلوغ و نرخ بلوغ (k) در مطالعات بحرینی (Bahreini, 2015) نیز گزارش شده است.

نتیجه‌گیری کلّی

با توجه به معیارهای مختلف نکوئی برازش مورد استفاده، مدل لجستیک بهترین مدل توصیف کننده منحنی رشد در گوساله‌های شیری بود. بنابراین، این مدل می‌تواند برای تعیین راهبردهای مدیریتی و تعیین سنّ شیرگیری بهینه و انتخاب گوساله‌های برتر، مورد استفاده قرار گیرد.

تشکر و قدردانی

این پژوهش با حمایت مالی دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی ساری تحت قرارداد با شماره ۱۴-۱۴۰۱-۰۳ انجام شد که به این وسیله سپاسگزاری می‌شود.

References

Adinata, Y., Noor, R. R., Priyanto, R., Cyrilla, L. & Sudrajad, P. (2022). Comparison of growth curve models for Ongole Grade cattle. *Tropical Animal Health and Production*, *54*(5), 252. https://doi.org/10.1007/s11250-022-03254-z

Akbulut, Ö., Bayram, B. & Tüzemen, N. (2004). Esmer sığırlarda büyümenin doğrusal olmayan (non-linear) modellerle analizi. *Atatürk Üniversitesi Ziraat Fakültesi Dergisi*, *35*(3–4).

Alves, T. C. & Franzolin, R. (2015). Growth curve of buffalo grazing on a grass pasture. *Revista Brasileira de Zootecnia*, *44*, 321–326.

Araújo, R. O. de, Marcondes, C. R., Damé, M. C. F., Garnero, A. del V., Gunski, R. J., Everling, D. M. & Rorato, P. R. N. (2012). Classical nonlinear models to describe the growth curve for Murrah buffalo breed. *Ciência Rural*, *42*, 520–525.

Bahreini, B. M. R. (2015). Comparison of different growth models and artificial neural network to fit the growth curve of Lori-Bakhtiari sheep. *Journal of Ruminant Research*, 3(2), 123-146. [In Persian]

Barapour, M., Gholizadeh, M., Hafezian, H. & Farhadi, A. (2021). Comparison of some Non-Linear Statistical Models to Describe the Growth Curve of Mazandaran Native Chickens. *Research On Animal Production*, *12*(33), 132–138. [in Persian]

Brody, S. & Lardy, H. A. (1946). Bioenergetics and growth. *The Journal of Physical Chemistry*, *50*(2), 168–169.

Bruzzone, O., Castillo, D. A. & Villagra, E. S. (2022). Growth curve of early-weaned Hereford calves in a semidesert temperate zone (*Patagonia*, *Argentina*). *Livestock Science*, *259*, 104908. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.livsci.2022.104908

Capper, J. L. (2012). Is the grass always greener? Comparing the environmental impact of conventional, natural and grass-fed beef production systems. *Animals*, *2*(2), 127–143.

Domínguez-Viveros, J., Reyes-Cerón, A., Enrique Aguirre-Calderón, C., Martínez-Rocha, R., Luna-Palomera, C. & Aguilar-Palma, N. (2023). Growth curves in purebred and crossbred Limousin cattle. *Revista Mexicana de Ciencias Pecuarias*, *14*(2).

Gbangboche, A. B., Alkoiret, T. I., Toukourou, Y., Kagbo, A. & Mensah, G. A. (2011). Growth curves of different body traits of Lagune cattle. *Research Journal of Animal Science*, *5*(2), 17–24.

Handcock, R. C., Lopez-Villalobos, N., McNaughton, L. R., Back, P. J., Edwards, G. R. & Hickson, R. E. (2019). Live weight and growth of Holstein-Friesian, Jersey and crossbred dairy heifers in New Zealand. *New Zealand Journal of Agricultural Research*, *62*(2), 173–183.

Havstad, K. M., McInerney, M. J. & Church, S. B. (1989). Growth patterns of range beef calves over discrete preweaning intervals. *Canadian Journal of Animal Science*, *69*(4), 865–869.

Junior, C. A. S. A., Martins, P. C., Moreno, L. A. & Silva, D. A. S. (2023). Reference growth curves to identify weight status (underweight, overweight or obesity) in children and adolescents: systematic review. *British Journal of Nutrition*, 1–40.

Koskan, O. & Ozkaya, S. (2014). Determination of growth curves of female Holstein calves using five non-linear models. *Pakistan Journal of Agricultural Sciences*, *51*(1), 225–228.

Kozakli, Ö., Hasan, M. U. & Ceyhan, A. (2022). The Prediction of Brody, Logistik and Von Bertalanffy Models by Using the Bayesian Approach for Modeling the Growth Curves in Holstein Calves. *Tekirdağ Ziraat Fakültesi Dergisi*, *19*(3), 600–609.

López de Torre, G., Candotti, J. J., Reverter, A., Bellido, M. M., Vasco, P., Garcia, L. J. & Brinks, J. S. (1992). Effects of growth curve parameters on cow efficiency. *Journal of Animal Science*, *70*(9), 2668–2672.

Marcato, S. M., Sakomura, N. K., Munari, D. P., Fernandes, J. B. K., Kawauchi, I. M. & Bonato, M. A. (2008). Growth and body nutrient deposition of two broiler commercial genetic lines. *Brazilian Journal of Poultry Science*, *10*, 117–123.

Mignon-Grasteau, S. (1999). Genetic parameters of growth curve parameters in male and female chickens. *British Poultry Science*, *40*(1), 44–51.

Mirai-Ashtiani, S. R., Bashiri, M., Abbas Pakdel, A. & Moradi-Shahrbabak, M. (2022). Fitting Growth Curve in Japanese Quail (Coturnix Coturnix Japonica) using Nonlinear and Nonlinear Mixed Models. *Research On Animal Production*, 13(36), 124-129. [in Persian]

Moharrery, A., Rahmani, H. & Zamiri, M. J. (2021). Evaluation of models for predicting the preweaning body weight in Holstein calves. *Journal of Livestock Science and Technologies*, *9*(1), 51–59.

Moran, J. B. (1992). Growth and development of buffaloes. *Growth and Development of Buffaloes*, 191–221.

Moreira, R. P., Mercadante, M. E. Z., Pedrosa, V. B., Cyrillo, J. N. dos S. G. & Henrique, W. (2016). Growth curves on females of the Caracu breed. *Semina: Ciências Agrárias*, *37*(4), 2749–2757.

Myers, S. E., Faulkner, D. B., Ireland, F. A. & Parrett, D. F. (1999). Comparison of three weaning ages on cow-calf performance and steer carcass traits. *Journal of Animal Science*, *77*(2), 323–329.

Negueira, J. R. N., Lima, M. L. P., Soares, W. V. B. & Gadini, C.H. (2000). Curve do crescimento de bubalions Mediterrâneo no noroest do estado de são Paulo. *Boletim de Hndustria Animal*. 27, 163-169.

Najari, S., Gaddoun, A., Hamouda, M. Ben, Djemali, M. & Khaldi, G. (2007). Growth model adjustment of local goat population under pastoral conditions in Tunisian arid zone. *Journal of Agronomy*, 6(1), 61-67.

Onogi, A., Ogino, A., Sato, A., Kurogi, K., Yasumori, T. & Togashi, K. (2019). Development of a structural growth curve model that considers the causal effect of initial phenotypes. *Genetics Selection Evolution*, *51*(1), 19. https://doi.org/10.1186/s12711-019-0461-y

Richards, F. J. (1959). A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany*, *10*(2), 290–301.

Şahİn, A., Ulutaş, Z., Karadavut, U., Yildirim, A. & Arslan, S. (2014). Comparison of growth curve using some nonlinear models in Anatolian buffaloe calves. *Kafkas Üniversitesi Veteriner Fakültesi Dergisi*, *20*(3), 357–362.

Santos, S. A., Souza, G. S., Costa, C., Abreu, U. G. P. de, Alves, F. V. & Ítavo, L. C. V. (2011). Growth curve of Nellore calves reared on natural pasture in the Pantanal. *Revista Brasileira de Zootecnia*, *40*, 2947–2953.

Schoonmaker, J. P., Cecava, M. J., Faulkner, D. B., Fluharty, F. L., Zerby, H. N. & Loerch, S. C. (2003). Effect of source of energy and rate of growth on performance, carcass characteristics, ruminal fermentation, and serum glucose and insulin of early-weaned steers. *Journal of Animal Science*, *81*(4), 843–855.

Shahroodi, N., Rokouei, M., Faraji- Arough, H., Maghsoudi, A. & Kykha Saber, M. (2021). Comparison of some non-linear mathematical models to describe the growth curve of Sistani calves. *Animal Production*, *23*(4), 491–500. https://doi.org/10.22059/jap.2021.326557.623626

Taheri Dezfuli, B. (2017). Evaluation of nonlinear models in fitting growth curve for one of the buffalo herds in Khuzestan province. *Animal Sciences Journal*, *30*(116), 177–192. https://doi.org/10.22092/asj.2017.113957

Trenkle, A. & Marple, D. N. (1983). Growth and development of meat animals. *Journal of Animal Science*, *57*(suppl_2), 273–283.

Tutkun, M. (2019). Growth curve prediction of Holstein-Fresian bulls using different non-linear model functions. *Applied Ecology and Environmental Research*, *17*(2), 4409–4416.

Verhulst, P.-F. (1838). Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement. *Correspondence Mathematique et Physique*, *10*, 113–129.

Von Bertalanffy, L. (1957). Quantitative laws in metabolism and growth. *The Quarterly Review of Biology*, *32*(3), 217–231.

Winsor, C. P. (1932). The Gompertz curve as a growth curve. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *18*(1), 1–8.

Zimmermann, M. J., Kuehn, L. A., Spangler, M. L., Thallman, R. M., Snelling, W. M. & Lewis, R. M. (2019). Comparison of different functions to describe growth from weaning to maturity in crossbred beef cattle. *Journal of Animal Science*, *97*(4), 1523–1533.